

PRÓLOGO

La algoritmia es uno de los pilares de la programación y su relevancia se muestra en el desarrollo de cualquier aplicación, más allá de la mera construcción de programas. Este es un libro introductorio sobre análisis y diseño de algoritmos que pretende exponer al lector las técnicas básicas para su diseño e implementación, así como presentar unas herramientas que le permitan medir su efectividad y eficiencia.

Objetivos

Si bien es cierto que es amplia la bibliografía existente sobre algoritmia, no es menos cierto que casi toda obedece a un mismo esquema general. Se presentan las técnicas básicas de resolución de problemas en base a unos ejemplos clásicos, para después dejar propuesta al lector una colección de problemas sobre cada tema. Pero ocurre que casi todos los autores proponen los mismos problemas y pocos llegan a resolverlos, lo que hace que los estudiantes de algoritmos pierdan de alguna forma las enseñanzas que se extraen de ellos.

Esto no sería importante si los problemas propuestos fueran meramente ejercicios que repiten fielmente los métodos enseñados. Sin embargo éste no es el caso, pues cada ejercicio proporciona un nuevo enfoque para abordar los problemas o permite combinar algunas de las técnicas, lo que enriquece el estudio de los métodos y algoritmos tratados.

Por otro lado, nuestra experiencia en la enseñanza de las asignaturas relacionadas con la algoritmia nos ha hecho ver la importancia que tiene el disponer de una metodología de diseño que permita abordar la resolución de los problemas de una forma unificada y coherente.

Esta obra nace con la intención de llenar un vacío en la bibliografía sobre estos temas. En primer lugar ofreciendo un método de diseño general aplicable a cada una de las técnicas, y en segundo lugar proporcionando una amplia selección de ejemplos y problemas resueltos. A lo largo de todo el texto se ha prestado una atención especial a la integración del diseño de los algoritmos con el análisis de su eficiencia.

Organización del texto

El libro está estructurado en siete capítulos. El primero, la complejidad de los algoritmos, está dedicado a analizar algoritmos desde el punto de vista de su eficiencia. Cubre tanto el cálculo del número de operaciones elementales de los programas como el estudio de sus casos peor, mejor y medio y las cotas asintóticas de crecimiento. Este capítulo también comprende la resolución de ecuaciones en recurrencia, que permiten determinar la eficiencia de los algoritmos recursivos.

En el segundo capítulo presentamos los principales algoritmos de ordenación. Debido a su extensión y a la importancia que en otros ámbitos adquiere el problema de ordenación hemos decidido dedicarle un capítulo independiente, aún a sabiendas de que cualquier algoritmo de ordenación obedece a alguna técnica de diseño, y por tanto podía haberse estudiado en un capítulo posterior.

Por la naturaleza de la materia tratada en estos dos primeros capítulos, decidimos darle una estructura al estilo de la bibliografía usual. La mayoría de los textos presentan los conceptos teóricos básicos, desarrollan un número reducido de problemas ya clásicos, y dejan al lector una amplia colección de problemas sin resolver. Sin embargo, no hemos querido quedarnos solamente ahí. Uno de nuestros objetivos ha sido que nada debe quedar propuesto y no resuelto, y por ello ofrecemos la solución a todos los problemas planteados. Esto permite ejercitar los conocimientos adquiridos, aclarar algunos de los conceptos estudiados y plantear variaciones sobre los métodos.

Los capítulos tercero al séptimo describen y desarrollan las principales técnicas de diseño de algoritmos. Estos cinco capítulos forman el núcleo principal del libro, y están estructurados de la misma forma. Cada tema comienza con una breve introducción teórica en la que se exponen los fundamentos de la técnica tratada y el tipo de problemas que resuelve. En segundo lugar se presenta un esquema o método general de funcionamiento de los algoritmos que produce dicha técnica. A continuación se desarrolla una colección de problemas que permiten mostrar las distintas formas de aplicación de la técnica estudiada. Conforme se avanza en los problemas se discuten los pormenores de su diseño y los detalles de implementación, algo normalmente muy descuidado por otros autores pero que sin embargo nosotros consideramos fundamental. Por eso hemos desarrollado los ejemplos hasta el final, tratando de no dejar ningún cabo suelto; nuestra experiencia nos muestra que tras un esquema de resolución aparentemente sencillo se pueden ocultar serios problemas de implementación a la hora de codificarlo. Y un problema no está resuelto hasta que el algoritmo que lo soluciona no finaliza su ejecución, y en un tiempo razonable.

Disponer de una amplia gama de problemas permite al lector observar de forma muy completa el funcionamiento de cada una de las técnicas, sus ventajas e inconvenientes, y lo que es más importante, a través de estos ejemplos es posible introducir de manera natural y justificada los conceptos más relevantes de cada técnica.

Otra ventaja que ofrece este trabajo frente a otros textos existentes es la utilización de un lenguaje de programación concreto, en este caso Modula-2. Aunque es cierto que el uso de pseudo-código permite la independencia de los algoritmos desarrollados frente a una máquina o compilador concreto, desde nuestro punto de vista se pierden dos aspectos fundamentales. Por un lado el uso de un pseudo-código puede ocultar algunos detalles de implementación que luego complican la codificación de los programas. Por otro lado, el uso de un lenguaje determinado permite ejecutar los programas obtenidos y así corroborar los resultados previamente calculados de manera teórica, algo que no podemos olvidar en una ciencia aplicada como la algoritmia.

En particular, el uso de Modula-2 se debe a varias razones. Si bien es cierto que cualquier lenguaje imperativo podría ser un candidato válido, sus características en cuanto a modularidad, ocultación y sistema de tipos permiten realizar diseños sencillos y robustos, necesarios para representar con claridad y de forma precisa la

estructura de los algoritmos. Además, los programas resultantes son de fácil comprensión y no plantean serias dificultades para ser traducidos a otros lenguajes imperativos como pueden ser Pascal o C. Por otro lado, también hemos tenido en cuenta que Modula-2 es un lenguaje ampliamente utilizado para la enseñanza de la programación, especialmente en el ámbito universitario.

Recomendaciones de uso

Hemos pretendido que este libro sea autocontenido, al menos en lo que concierne a las materias de algoritmia. Sin embargo, no hemos creído necesario introducir en él conceptos básicos de otras materias como el análisis matemático o el álgebra, que se utilizan a lo largo del texto. Por otro lado, también se supone que el lector sabe programar con cierta soltura utilizando un lenguaje imperativo y que conoce las estructuras y tipos de datos básicos.

El diseño del libro se ha realizado de manera que pueda ser utilizado como base para cualquiera de las asignaturas introductorias a la algoritmia. De ahí su estructura y organización, así como la didáctica con la que se desarrollan los temas. De esta forma, y para un mejor aprovechamiento de la obra, nos gustaría hacer algunas recomendaciones en cuanto a su uso.

Primero, el alumno ha de asegurarse de que ha comprendido y asimilado los conceptos teóricos con los que se inicia cada uno de los capítulos. Una vez comprendido el funcionamiento de la técnica concreta puede comenzar intentando los problemas propuestos en el capítulo correspondiente. Si un problema no sale, debe intentarse otro y volver al primero más tarde. Quizá entonces se consiga dar con la clave para su solución. Tampoco ha de desanimarse con los problemas complicados. Tan importante es el hecho de encontrar la solución de un problema, como el camino recorrido hasta encontrarla.

Se recomienda estudiar las técnicas de diseño siguiendo un orden similar al utilizado en el libro. Este orden no es caprichoso, sino que recorre las distintas técnicas de acuerdo al tipo de problemas que resuelven y a la complejidad de los algoritmos resultantes. Ahora bien, los problemas no están ordenados respecto a su dificultad, así que el alumno es libre de escoger el orden en el que los intenta. Sin embargo, y con el objeto de racionalizar el trabajo y la comprensión de lo expuesto, la solución de cada ejercicio va precedida por una clave que indica su clasificación en cuanto a grado de dificultad:

- ☺ Problema fácil. Su resolución no debe plantear ninguna dificultad.
- ☺ Problema de nivel medio. Su resolución no es inmediata, pero puede solucionarse tras un poco de reflexión.
- ☞ Problema interesante o bien que supone cierta dificultad. Presenta algún concepto nuevo o una variación sobre la técnica en cuestión.

Hay que decir que esta clasificación no tiene un carácter absoluto en todo el libro, sino que es relativa a cada una de las técnicas cubiertas por este trabajo, y al nivel de conocimientos que se le supone o exige a los alumnos en cada uno de los temas.

Como última recomendación en cuanto al uso de esta obra, mencionaremos que es aconsejable el estudio de otros textos dentro de la amplia bibliografía existente sobre algoritmia, que tratamos de recoger al final del texto. De esta forma se podrá

profundizar en algunos de los aspectos aquí presentados, como pueden ser los relativos a los fundamentos teóricos de las técnicas y sus aplicaciones reales.

En otro orden de cosas, hemos puesto especial cuidado en la redacción al emplear términos castellanos correctos dentro de la dificultad que esto representa, dado que hay muchos términos ingleses que todavía no tienen una traducción aceptada por todos los autores.

Agradecimientos

Antes de acabar, nos gustaría enviar nuestro más sincero agradecimiento a todas las personas que nos han ayudado a que este libro viera la luz. En primer lugar a nuestras familias, por la paciencia que han demostrado tener durante las largas horas de preparación del manuscrito. En segundo lugar, a nuestros compañeros del Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación de la Universidad de Málaga, y muy especialmente a Manuel Díaz, Francisco Durán, Manuel Enciso, Sergio Gálvez, Francisco Gutiérrez, Ernesto Pimentel, Blas Ruíz y Jose M. Troya, a unos por su lectura detallada de las primeras versiones, a otros por sus inestimables consejos y a todos por su apoyo incondicional. También a todos aquellos que de una forma u otra nos introdujeron en el estudio de una materia tan apasionante como la algoritmia. Han sido aquellos profesores y profesionales que sembraron en nosotros la inquietud por estos temas los máximos responsables de nuestra labor. Y por último a nuestros alumnos, objeto de este libro y que tanto nos han enseñado sobre las dificultades que plantea esta materia.

También pedir disculpas por los posibles errores y erratas que pudieran encontrarse en el texto. Nadie, sino los autores, son responsables de ellos.

Esperamos que el libro les sea de utilidad, y sobre todo, que se diviertan con los algoritmos aquí presentados.

Málaga, verano de 1.997.

PRÓLOGO A LA SEGUNDA EDICIÓN

Han pasado ya dos años desde la primera edición, y desde entonces hemos podido recoger bastantes comentarios sobre el texto inicial, tanto por parte de nuestros alumnos como de otros profesores que han leído o utilizado esta obra como material de apoyo en sus clases. A todos ellos les queremos hacer llegar desde aquí nuestro agradecimiento y dedicarles esta edición, pues sus indicaciones y sugerencias nos han ayudado a mejorar el texto, aclarando algunos puntos que requerían mayor explicación, y subsanando algunas erratas que aparecían en la primera edición.

Salvo esos detalles, hemos querido mantener la misma estructura y contenidos de la edición anterior, pues la experiencia de estos dos años nos ha mostrado su adecuación a los objetivos que perseguíamos cuando decidimos escribir una obra como ésta.

Por último, queremos seguir animando a todas aquellas personas que tengan algún comentario sobre este libro que nos lo hagan llegar, así como cualquier idea o sugerencia que nos permita mejorarlo. El escribir un texto como éste nos ha enseñado que, pese a lo que puede pensarse inicialmente, un libro no es una obra acabada, sino una obra viva y en continua evolución, y más aun cuando se trata de un libro pensado como apoyo a la docencia. Y en ese sentido seguiremos trabajando en las futuras ediciones que puedan producirse.

Los autores
Málaga, invierno de 1.999.

CONTENIDOS

| | |
|--|------------|
| PRÓLOGO | VII |
| CAPÍTULO 1: LA COMPLEJIDAD DE LOS ALGORITMOS..... | 1 |
| 1.1 Introducción | 1 |
| 1.2 Eficiencia y complejidad | 1 |
| 1.3 Cotas de complejidad. Medidas asintóticas | 6 |
| 1.4 Resolución de ecuaciones en recurrencia | 10 |
| 1.5 Problemas propuestos..... | 16 |
| 1.6 Solución a los problemas propuestos | 22 |
| CAPÍTULO 2: ORDENACIÓN..... | 57 |
| 2.1 Introducción | 57 |
| 2.2 Ordenación por Inserción | 60 |
| 2.3 Ordenación por Selección | 61 |
| 2.4 Ordenación Burbuja | 62 |
| 2.5 Ordenación por Mezcla (Mergesort) | 63 |
| 2.6 Ordenación mediante Montículos (Heapsort) | 65 |
| 2.7 Ordenación Rápida de Hoare (Quicksort) | 67 |
| 2.8 Ordenación por Incrementos (Shellsort) | 70 |
| 2.9 Otros algoritmos de ordenación | 71 |
| 2.10 Problemas propuestos..... | 74 |
| 2.11 Solución a los problemas propuestos | 77 |
| CAPÍTULO 3: DIVIDE Y VENCERÁS | 105 |
| 3.1 Introducción | 105 |
| 3.2 Búsqueda binaria | 108 |
| 3.3 Búsqueda binaria no centrada | 109 |
| 3.4 Búsqueda ternaria | 110 |
| 3.5 Multiplicación de enteros | 112 |
| 3.6 Producto de matrices cuadradas (1)..... | 114 |
| 3.7 Producto de matrices cuadradas (2)..... | 116 |
| 3.8 Mediana de dos vectores | 117 |
| 3.9 El elemento en su posición..... | 119 |
| 3.10 Repetición de cálculos en Fibonacci | 120 |
| 3.11 El elemento mayoritario | 121 |
| 3.12 La moda de un vector | 124 |
| 3.13 El torneo de tenis..... | 127 |
| 3.14 Divide y Vencerás multidimensional | 132 |
| 3.15 La subsecuencia de suma máxima..... | 137 |

CAPÍTULO 4: ALGORITMOS ÁVIDOS..... 141

| | |
|---|-----|
| 4.1 Introducción | 141 |
| 4.2 El problema del cambio..... | 143 |
| 4.3 Recorridos del caballo de ajedrez..... | 147 |
| 4.4 La división en párrafos..... | 150 |
| 4.5 Los algoritmos de Prim y Kruskal..... | 155 |
| 4.6 El viajante de comercio | 160 |
| 4.7 La mochila..... | 164 |
| 4.8 La mochila (0,1) | 165 |
| 4.9 El fontanero diligente..... | 166 |
| 4.10 Más fontaneros | 167 |
| 4.11 La asignación de tareas | 168 |
| 4.12 Los ficheros y el disquete..... | 171 |
| 4.13 El camionero con prisa..... | 173 |
| 4.14 La multiplicación óptima de matrices | 175 |

CAPÍTULO 5: PROGRAMACIÓN DINÁMICA..... 177

| | |
|---|-----|
| 5.1 Introducción | 177 |
| 5.2 Cálculo de los números de Fibonacci..... | 178 |
| 5.3 Cálculo de los coeficientes binomiales | 180 |
| 5.4 La subsecuencia común máxima..... | 181 |
| 5.5 Intereses bancarios | 184 |
| 5.6 El viaje más barato por río | 186 |
| 5.7 Transformación de cadenas..... | 187 |
| 5.8 La función de Ackermann | 189 |
| 5.9 El problema del cambio..... | 191 |
| 5.10 El algoritmo de Dijkstra | 194 |
| 5.11 El algoritmo de Floyd..... | 196 |
| 5.12 El algoritmo de Warshall..... | 197 |
| 5.13 Ordenaciones de objetos entre dos relaciones | 198 |
| 5.14 El viajante de comercio | 200 |
| 5.15 Horarios de trenes..... | 201 |
| 5.16 La mochila (0,1)..... | 202 |
| 5.17 La mochila (0,1) con múltiples elementos | 205 |
| 5.18 La multiplicación óptima de matrices | 206 |

CAPÍTULO 6: VUELTA ATRÁS..... 211

| | |
|--|-----|
| 6.1 Introducción | 211 |
| 6.2 Las n reinas | 212 |
| 6.3 Recorridos del rey de ajedrez | 219 |
| 6.4 Recorridos del rey de ajedrez (2) | 222 |
| 6.5 Las parejas estables | 224 |
| 6.6 El laberinto | 226 |
| 6.7 La asignación de tareas | 229 |
| 6.8 La mochila (0,1)..... | 231 |
| 6.9 Los subconjuntos de suma dada | 234 |
| 6.10 Ciclos Hamiltonianos. El viajante de comercio | 236 |
| 6.11 El continental | 239 |

| | |
|---|------------|
| 6.12 Horarios de trenes..... | 242 |
| 6.13 La asignación de tareas en paralelo..... | 244 |
| 6.14 El coloreado de mapas..... | 246 |
| 6.15 Reconocimiento de grafos..... | 249 |
| 6.16 Subconjuntos de igual suma..... | 251 |
| 6.17 La múltiples mochilas (0,1)..... | 253 |
| CAPÍTULO 7: RAMIFICACIÓN Y PODA..... | 255 |
| 7.1 Introducción..... | 255 |
| 7.2 Consideraciones de implementación..... | 257 |
| 7.3 El puzzle (n^2-1)..... | 262 |
| 7.4 El viajante de comercio..... | 270 |
| 7.5 El laberinto..... | 278 |
| 7.6 La colocación óptima de rectángulos..... | 285 |
| 7.7 La mochila (0,1)..... | 291 |
| 7.8 La mochila (0,1) con múltiples elementos..... | 296 |
| 7.9 La asignación de tareas..... | 298 |
| 7.10 Las n reinas..... | 303 |
| 7.11 El fontanero con penalizaciones..... | 307 |
| BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS..... | 315 |

A Carlos

A Mami